Seconda parte

LA MECCANICA DI MINKOWSKI

PREMESSA

Nel 1908, tre anni dopo la pubblicazione della *Teoria della Relatività*, il prof. H. Minkowski presentava la sua versione, in cui per la prima volta spazio e tempo erano concepiti come parti di un *continuum spazio-tempo* a quattro dimensioni.

La *quarta dimensione* allarma sempre il profano, poiché teme di incontrare concetti difficili e procedimenti matematici inaccessibili. Siamo certi che il lettore che ha seguito fino a questo punto non troverà particolari difficoltà, purché abbia senso critico e mente aperta e disponibile anche al cambiamento delle proprie convinzioni.

L'introduzione dello *spazio-tempo* a quattro dimensioni si è rivelata molto importante, poiché coglie aspetti profondi della realtà fisica. Tuttavia vedremo che l'impostazione di Minkowski è sbagliata, e risulta in contraddizione con la realtà e con principi fondamentali della Fisica. L'idea che una teoria di questa portata, accettata da un secolo da tutti i fisici del mondo possa essere sbagliata, costituisce di per sé un certificato di ricovero immediato nella clinica per malattie mentali che ospita alcuni Giulio Cesare, Napoleone Bonaparte, Archimede, Einstein, Superman, e molti inventori del moto perpetuo.

Nessun specialista sano di mente può prendere in considerazione una tale eventualità. Questi professionisti sono altamente qualificati, conoscono a fondo la teoria, la insegnano da decenni, la condividono con eminenti colleghi in tutto il mondo. Esclusa questa categoria di eletti, tutti gli altri non incontreranno particolari difficoltà. Rimane la domanda più ovvia:

> “*come è possibile che sia sbagliata una teoria condivisa da cento anni da tutti i fisici del mondo*? ”

La domanda è semplice ma la risposta non lo è affatto, andrebbe piuttosto cercata nei trattati di sociologia della Scienza. La storia dimostra che non sarebbe il primo caso e certamente non sarà l’ultimo, perché il tempo scorre, ma l’uomo non cambia.

HERMANN MINKOWSKI

Raramente nei testi di Fisica si trovano riferimenti storici e biografici, la grande Madame Curie diceva: “in Fisica contano le cose, non le persone!”. Ci permettiamo di dissentire parzialmente, alcuni riferimenti personali possono aiutare a comprendere la formazione e l’evoluzione delle idee scientifiche, e rendono più umani i grandi protagonisti della Scienza.

Hermann Minkowski era un buon matematico che insegnava al Politecnico di Zurigo dove Einstein era stato suo allievo. È noto che non patrocinò l’assunzione di questo allievo nel corpo docente del Politecnico, per cui alla fine del corso di studi Albert Einstein trovò impiego all’Ufficio Brevetti di Berna. Tuttavia l’allontanamento dal mondo accademico non sarebbe stato sufficiente a spegnere l’interesse per la Fisica in questo allievo, che nel 1905 pubblicò quella che sarebbe diventata la teoria più popolare della Fisica moderna. Minkowski commentò:

> “*Ma guarda! Non mi sarei mai aspettato una cosa così intelligente da quel tipo* ”.

Per Minkowski era assolutamente impensabile che “*una cosa così intelligente*” fosse stata concepita da un personaggio così insignificante e totalmente estraneo al mondo accademico.

Tre anni dopo, il 21 settembre 1908, all'80° Congresso dei Fisici Tedeschi a Colonia, l'esimio professore annunciava che avrebbe esposto nuove idee:

"*..nate dal suolo della fisica sperimentale..*".

Infatti non poteva ignorare l'enorme lavoro sperimentale fatto nei tre secoli precedenti. La sua presentazione si concludeva con queste parole:

> "*... è il vero nucleo di una immagine elettromagnetica dell'Universo, che, scoperta da Lorentz, e ulteriormente rivelata da Einstein, è ora aperta alla piena luce del giorno*".

Attribuendo la scoperta al fisico olandese H. A. Lorentz, riservava a se stesso il merito del suo pieno e definitivo sviluppo. Vi sono due sole possibilità: non aveva capito affatto il contenuto nuovissimo e rivoluzionario della teoria di Einstein, o era completamente in malafede. Lorentz aveva dedotto le trasformazioni basandosi sul vecchio modello di propagazione della luce attraverso l'etere, Einstein aveva dato una interpretazione rivoluzionaria delle misure di spazio e di tempo che sconvolgeva per sempre gli stessi fondamenti della Fisica. Le nuove idee erano sintesi di trecento anni di ricerche sperimentali e di studi teorici, ma Minkowski sostenne che si poteva arrivare a questo risultato seguendo:

"*..una linea di pensiero puramente matematica ..*".

È certo che Minkowski metteva la Matematica al primo posto fra tutte le Scienze, infatti aggiunse che la teoria della Relatività:

> "*…avrebbe potuto essere uno straordinario trionfo della pura matematica. . . sebbene ormai abbia solo la soddisfazione di chi ha previsto i fatti dopo che sono avvenuti* ".

Apprezziamo l'autoironia, ma notiamo sopratutto il grande rammarico per il mancato trionfo. È certissimo che dalla "pura Matematica" non si sono mai dedotte leggi fondamentali della Fisica, Minkowski forse pensava che le trasformazioni di Lorentz fossero semplici espressioni matematiche? Queste leggi fisiche erano note da diversi anni, Minkowski avrebbe potuto formulare la sua teoria ben prima di conoscere il lavoro di Einstein.

Considerava troppo banale ricavare le trasformazioni di Lorentz da fatti fisici, quindi si lanciò in dotte considerazioni sui gruppi di trasformazione. Così trattò con grande disinvoltura anche della velocità della luce:

> "*Stabilirò subito il valore di c... come rapporto fra le unità elettrostatiche ed elettromagnetiche*".

Non poteva ignorare che questa proprietà fondamentale era stata stabilita alcuni decenni prima da Maxwell, ricavata come conseguenza di quello *straordinario trionfo della Fisica* che sono le sue famose equazioni. Einstein ha affermato più volte che la teoria della Relatività non sarebbe mai nata senza la teoria di Maxwell. Ignorando le proprietà fisiche della luce la teoria di Minkowski non avrebbe alcun senso. Nonostante il trionfalismo matematico le contraddizioni non mancano:

> " *La validità senza eccezione del postulato- dell'universo... è il vero nucleo di una immagine elettromagnetica del mondo...*".

L'Elettromagnetismo è forse parte della "*pura Matematica*"?

L'INVARIANTE DI POINCARÉ

Membro dell'Accademia delle Scienze di Francia, apprezzato letterato e filosofo, Henrì Poincaré era considerato il più grande matematico del suo tempo. Egli concepiva una gerarchia in cui la Fisica Sperimentale era parte della Fisica Teorica, e salendo attraverso la Fisica-Matematica, fino al livello più alto occupato dalla Matematica pura. Sicuramente condivideva la pretenziosa affermazione del matematico D. Hilbert:

> "*..la Fisica è troppo importante per lasciarla ai fisici*".

È noto che Poincaré irrise al primo tentativo di trasmissione trans-oceanica di onde radio organizzato da Guglielmo Marconi, ma occorre anche ricordare che l'esperimento dell'italiano ebbe completo successo.

Abbiamo visto che trasformazioni di Lorentz derivano dall'invarianza della velocità della luce, inversamente Poincaré deduce l'invarianza della velocità della luce dalle trasformazioni di Lorentz.

Seguendo liberamente il suo pensiero si considera che nel tempo t un raggio di luce percorre la distanza $x = c\,t$. Quadrando e applicando le trasformazioni di Lorentz si ottiene:

$$(x')^2 - (c\,t')^2 = \gamma^2 (x - u\,t)^2 - c^2\,\gamma^2 \left(t - \frac{u}{c^2}x\right)^2 =$$

$$= \gamma^2 \left[x^2\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right) - c^2 t^2 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)\right] = x^2 - c^2\,t^2 .$$

Essendo per la luce $x^2 - c^2\,t^2 = 0$, si ricava $x\,/\,t = x'/\,t' = \pm\,c$. Con ciò è dimostrato che la velocità della luce è indipendente dal sistema di riferimento.

Considerando le tre dimensioni spaziali x, y, z, si ottiene la seguente *forma quadratica invariante di Poincaré*:

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2\,t^2.$$

Introduciamo il coefficiente immaginario di Gauss $i = \sqrt{-1}$:

$$x^2 + y^2 + z^2 + (ic\,t)^2.$$

Nello spazio cartesiano, la distanza del punto P(x, y, z) dall'origine è data dall'espressione pitagorica: $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

Se consideriamo il termine $(ic\,t)$ come quarta coordinata, allora l'espressione di Poincaré $r^2 + (ic\,t)^2$ si può interpretare come quadrato della distanza dall'origine del punto P(x, y, z; $ic\,t$).

Il coefficiente immaginario viene introdotto per ottenere la forma pitagorica, senza alcuna giustificazione fisica. Questo è il primo di una lunga serie di artifizi e manipolazioni matematiche del tutto arbitrari, finalizzati a trattare il tempo come quarta dimensione. La teoria di Minkowski si basa sulla forma pitagorica dell'espressione di Poincaré, ma invano si cercherà una sua citazione di Poincaré.

LO SPAZIO-TEMPO ED IL CONO DI LUCE

Minkowski definisce la struttura dello *spazio-tempo* con questa frase:

> "*Un punto dello spazio ad un punto del tempo, cioè, un sistema di valori* x, y, z, t *lo chiamerò un* *punto dell'universo*. *La molteplicità di tutti i pensabili sistemi di valori* x, y, z, t, *la battezzeremo* *universo* ".

Il *continuum spazio-tempo* così definito è uno spazio matematico a quattro dimensioni senza proprietà fisiche, i cui punti sono definiti *punti-evento*. Il moto degli oggetti è rappresentato da *linee-di-universo,* che uniscono i punti-evento corrispondenti alle coordinate istantanee degli oggetti stessi. Sul principio di Relatività, evidentemente troppo legato al nome di Einstein, Minkowski proclama:

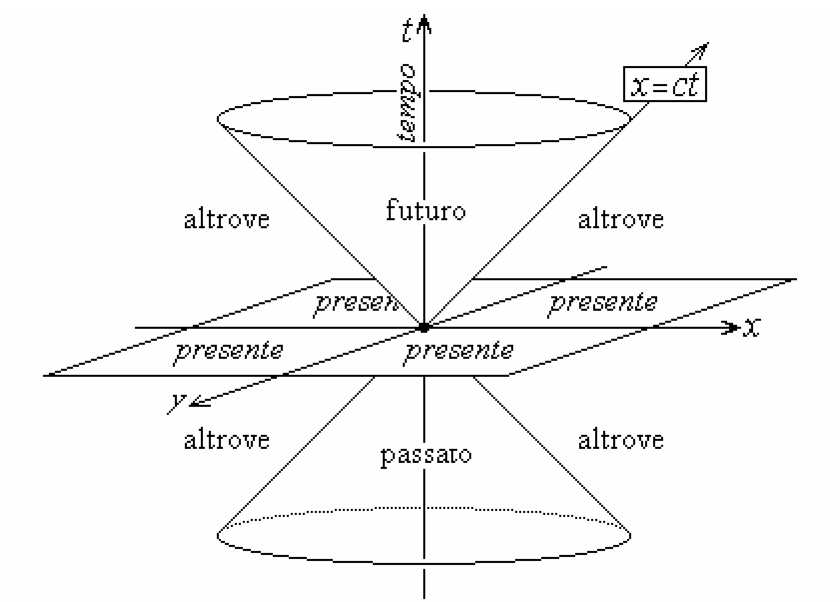
> "*Io preferisco chiamarlo il* *postulato dell'universo assoluto*….. *Il postulato dell'universo permette* *identico trattamento* *delle quattro co-ordinate* x, y, z, t."

L'idea è originale di Minkowski, ma è in evidente conflitto con la realtà e assolutamente sbagliata dal punto di vista fisico, infatti fra breve vedremo che porta a conseguenze assurde. Da questo identico trattamento si ottiene un elegante formalismo matematico molto apprezzato dai teorici, ma trattando spazio e tempo allo stesso modo implicitamente si attribuiscono al tempo le stesse proprietà fisiche dello spazio. Questo è un errore gravissimo, infatti possiamo spostarci in ogni direzione dello spazio ma non possiamo fare lo stesso con il tempo. In altre parole possiamo scegliere dove vivere, ma non quando, e non possiamo fermarci né tornare indietro nel tempo! Se l'idea di Minkowski fosse corretta si potrebbero fare i viaggi nel tempo, ma la macchina del tempo rimane soltanto una invenzione della letteratura fantascientifica.

L'equazione $r^2 = c^2t^2$ rappresenta la superficie sferica di un'onda luminosa, l'invarianza di Poincaré dimostra che questa superficie è la stessa per qualsiasi riferimento. Questo è un fatto fisico connesso all'indipendenza della velocità della luce dal sistema di riferimento dell'osservatore.

Spazi e tempi non sono grandezze omogenee quindi non si possono sommare insieme, per questo le co-ordinate del punto-evento si scrivono (x, y, z, t), ma in realtà sono (x, y, z, ct), essendo sottinteso $c = 1$ (per maggiore chiarezza nel seguito espliciteremo sempre il fattore c).

Considerando $(c\,t)$ come quarta coordinata cartesiana, l'espressione di Poincaré rappresenta un cono di uno spazio matematico a quattro dimensioni definito *cono di luce di Minkowski*, rappresentato (solo in tre dimensioni) nella figura successiva.



Il vertice coincide con l'origine degli assi, mentre l'asse del cono rappresenta la dimensione temporale. In questa rappresentazione lo spazio-tempo di Minkowski è diviso in due parti:

- nella zona interna al cono vale la relazione $r^2 < c^2 t^2$;
- nella zona esterna abbiamo $r^2 > c^2 t^2$.

Poiché nella zona esterna vale la relazione $(u\,t)^2 > (c\,t)^2 \Rightarrow u > c$, i punti di quella zona non possono essere in relazione causale col vertice, quindi la zona esterna viene definita *"altrove"*.

Nello spazio a quattro dimensioni (*X*, *Y*, *Z*, *W*) l'espressione della distanza dall'origine del punto $\mathrm{P}(x, y, z, w)$ è $\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + w^2}$. Posto $w = c\,t$ abbiamo:

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2 + c^2t^2}\ .$$

Questa espressione <u>non è invariante</u>, quella di Poincaré $\sqrt{r^2 - c^2t^2}$ è invariante, ma non è accettabile perché per i punti interni al cono risulta $r^2 < c^2\,t^2$, quindi la loro distanza dall'origine risulterebbe immaginaria. Minkowski allora decide semplicemente di invertire i segni:

$$\sqrt{c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2}\ .$$

Il lettore si chiederà se queste spericolate manipolazioni matematiche siano compatibili con i principi della Fisica. Rivolgendosi all'Esperto avrebbe probabilmente un colloquio simile al seguente:

Lettore: perché la distanza dall'origine è $\sqrt{c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2}$?

Esperto: ovviamente perché la metrica dello spazio-tempo è (+ – – –).
Lettore: perché la metrica dello spazio-tempo è (+ – – –)?
Esperto: la metrica determina la regola per calcolare la distanza; la metrica dello spazio tridimensionale euclideo è (+ + +); lo spazio-tempo relativistico è *pseudo-euclideo*, quindi vale la metrica (+ – – –).
Lettore: perché lo spazio-tempo relativistico è pseudo-euclideo?
Esperto: si procuri un buon testo di Relatività, poi ne riparliamo.
Lettore: e il teorema di Pitagora?
Esperto: Pitagora non conosceva lo spazio pseudo-euclideo. Ora ho <u>molto </u>da fare, arrivederci.

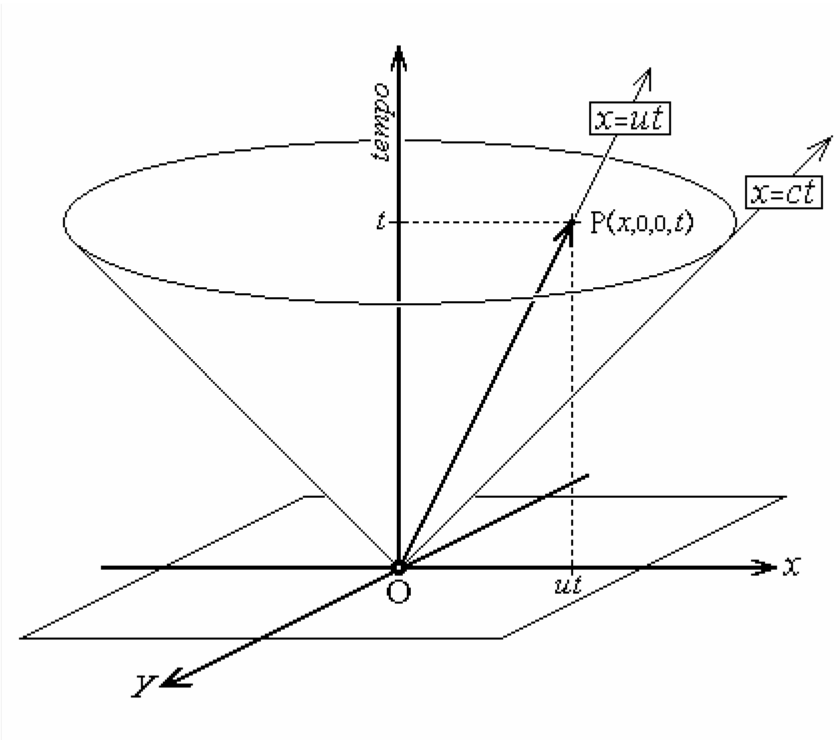
Il lettore che sentisse l'eco lontana della voce del signor Simplicio o di Galileo non pensi ad una allucinazione acustica, significa soltanto che ha colto perfettamente la situazione.

RAGGIO-VETTORE

Nello spazio tridimensionale il *raggio-vettore* del punto P(x, y, z) è il segmento che va dall'origine al punto P, e si indica con $\mathbf{r}\,(x, y, z)$. La lunghezza ("*modulo*") del raggio-vettore si ottiene dall'espressione pitagorica:

$$|\mathbf{r}| \equiv r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}\ .$$

Definiamo <u>evento</u> *ciò che avviene in un dato luogo ad un certo istante*. Ad ogni evento fisico corrisponde un *punto-evento* P($\mathbf{r}$, t) dello spazio di Minkowski. Nella figura successiva è rappresentato il *punto-evento* P(x,0,0, t) ed il corrispondente *raggio-vettore* OP .



Per ogni punto-evento P($\mathbf{r}$, t) sono fissati tutti punti della retta OP ed il parametro: $\mathbf{r}/t = \mathbf{u}(u_x, u_y, u_z)$. Estrapolando le espressioni valide per lo spazio a tre dimensioni, il raggio-vettore ed il modulo relativi al punto-evento P(x, y, z, t) sarebbero:

$$\mathbf{R}\,(\mathbf{r};\ c\,t), \qquad |\mathbf{R}| = \sqrt{r^2 + c^2\,t^2}\ .$$

Ma Minkowski assume come distanza l'espressione $\sqrt{c^2\,t^2 - r^2}$, quindi per il <u>suo</u> raggio-vettore risulta:

$$\mathbf{R}_M\,(c\,t;\ \mathbf{r}), \qquad |\mathbf{R}_M| = \sqrt{c^2\,t^2 - r^2}\ .$$

[I quadri-vettori di Minkowski saranno sempre identificati dal pedice ($_M$)].
Il termine $\mathbf{r}(x, y, z)$ è la componente spaziale del punto-evento P($\mathbf{r}$, t), il modulo $|\mathbf{R}_M|^2 = c^2\,t^2 - r^2$ è l'invariante di Poincaré con i segni invertiti.
Evidenziando il vettore $\mathbf{u} = \mathbf{r}/t$ ed il tempo proprio $\tau = t/\gamma$, abbiamo:

$$\boxed{\mathbf{R}_M\,(c\,t\,;\,\mathbf{u}\,t\,); \qquad |\mathbf{R}_M| = c\,t/\gamma = c\,\tau}$$

L'invarianza del modulo $|\mathbf{R}_M|$ deriva quella del tempo proprio ($\tau = \tau'$):

$$|\mathbf{R}_M| = c\,\tau = c\,\tau' = |\mathbf{R}'_M|\ .$$

Consideriamo un *evento tipico* come può essere la caduta del fulmine su un albero. Se cadono due fulmini su alberi differenti in tempi successivi, si misura facilmente l'intervallo di tempo fra i fulmini. Questo intervallo rappresenta la <u>*separazione temporale*</u> fra l'evento-origine (il primo fulmine) e l'evento corrispondente al secondo fulmine.

Per quanto riguarda la <u>*separazione spaziale*</u> , cioè la distanza fra i due eventi, se iniziamo questa misura in coincidenza col primo fulmine, il secondo evento (la caduta del secondo fulmine) non si è ancora verificato. Un istante dopo la caduta del primo fulmine abbiamo un albero bruciato, ma il primo evento non esiste più.

Si deduce che possiamo misurare realmente la distanza fra gli alberi colpiti, ma in generale non è possibile misurare la distanza spaziale fra eventi (non si confonda la distanza fra gli alberi con la distanza spaziale fra gli eventi). Per conseguenza la componente spaziale del raggio-vettore $\mathbf{R}_M$ risulta incompatibile col *Principio operazionale*, quindi la definizione di $\mathbf{R}_M$ non ha alcun senso fisico. Questo è confermato anche dal fatto paradossale che la distanza spazio-temporale è massima se i fulmini cadano sullo stesso albero. Infatti in questo caso si avrebbe $u = r/t = 0$, cioè $\gamma = 1$, quindi il modulo del raggio-vettore sarebbe $|\mathbf{R}_M| = c\,t$.

QUADRI-VELOCITÀ

La velocità degli oggetti nello spazio ordinario si può calcolare come rapporto fra la variazione del raggio-vettore ed il tempo in cui si è verificata tale variazione. Questo è possibile perché nello spazio fisico ordinario il raggio-vettore è funzione del tempo.

Nello *spazio-degli-eventi* (spazio matematico) il raggio-vettore è riferito invece ad un *punto-evento* fissato che non dipende mai dal tempo, e pertanto non vi può essere variazione di $\mathbf{R}_M$! Poiché non c'è nessuna variazione del raggio-vettore $\mathbf{R}_M$ nel tempo, nessuna velocità può essere ricavata da questa variazione inesistente.

Nell'espressione del raggio-vettore $\mathbf{R}_M(c\,t;\, \mathbf{u}\,t)$ la componente spaziale $\mathbf{u}(u_x, u_y, u_z)$ non è riferibile alla velocità di un oggetto fisico, ma è data semplicemente dal rapporto $\mathbf{r}/t$, che può assumere qualsiasi valore, anche maggiore della velocità della luce.

Per familiarizzare con questi concetti poniamo che nell'esempio precedente la distanza fra i due alberi sia di 1 km., e l'intervallo di tempo fra i fulmini sia di 15 secondi. Assumendo il primo fulmine come *evento-origine*, il raggio-vettore corrispondente al secondo fulmine è $\mathbf{R}_M(c\,15\text{sec};\, 1\text{km.})$, da cui si ricava $u = 1/15$ (km./sec.) = 240 km./h. Questo risultato non è riferibile in alcun modo ad oggetti reali, il suo valore è puramente numerico, legato al secondo evento rappresentato dal punto matematico $P(x, y, z, t)$.

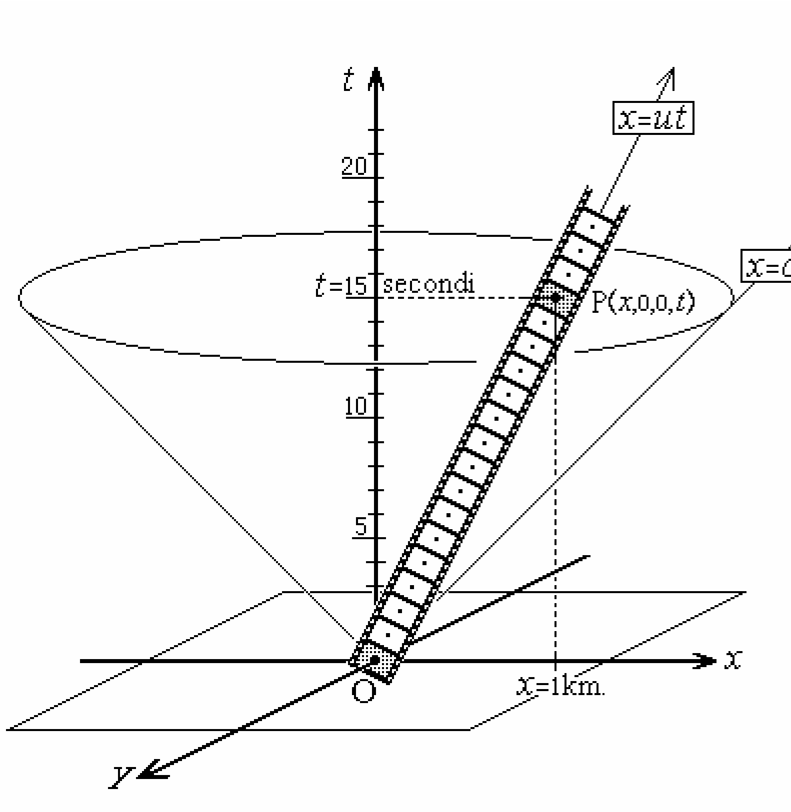
Se riprendiamo gli eventi con una cinepresa che scatta 25 fotogrammi al secondo, in 15 secondi registriamo 15 x 25 = 375 immagini. Posto che vi sia per es. un fotogramma ogni 2 cm. di pellicola, nell'intervallo di tempo fra i due fulmini vengono girati 375 x 2 cm.= 7,5 metri di pellicola. Ogni singolo fotogramma registra le posizioni degli oggetti ad un dato istante, "congelate" in immagini che possiamo definire *fotogrammi-evento*.

Nella proiezione la sequenza delle immagini riproduce la successione degli eventi, cioè lo scorrere del tempo. Le immagini si succedono con velocità ben determinata, che non dipende dal movimento degli oggetti fotografati. Ovviamente possono essere ripresi oggetti che hanno la stessa velocità della pellicola, ma non esiste alcuna relazione fra queste velocità. Deve essere chiarissimo che la velocità della pellicola non è legata al movimento degli oggetti fotografati, ma soltanto allo *scorrere del tempo*.

Nella proiezione la velocità della pellicola deve essere esattamente la stessa della ripresa, se è maggiore o minore di quella di ripresa abbiamo l'impressione che il tempo sia accelerato, e viceversa. Questa velocità si determina facilmente osservando i movimenti di persone ed oggetti che ci sono familiari, perché la velocità con cui si succedono i fotogrammi-evento è legata alla *velocità con cui scorre il tempo*. Questa velocità si ricava come rapporto fra la distanza di un fotogramma qualsiasi dall'inizio del film, ed il tempo in cui viene proiettato il fotogramma stesso.

Ovviamente questa non è la velocità del fotogramma rispetto alla pellicola, perché la posizione dei fotogrammi nella pellicola è fissata, come sono fissati i punti-evento nello spazio-tempo di Minkowski. Nel nostro caso nella ripresa si fa un campionamento degli eventi, cioè dello scorrere del tempo, con la frequenza di 25 fotogrammi al secondo, che corrisponde ad una velocità della pellicola di 50 cm./sec..

La figura successiva evidenzia le analogie fra gli elementi dell'esempio e quelli dello spazio-tempo di Minkowski. I punti-evento O e P corrispondono rispettivamente al primo ed al secondo fulmine. Se facciamo corrispondere i fotogrammi-evento ai punti-evento, il tratto di pellicola limitato dai fotogrammi-evento O e P rappresenta il raggio-vettore $\mathbf{R}_M$.



Dividendo il raggio-vettore $\mathbf{R}_{\mathrm{M}}(c\,t;\,\mathbf{u}\,t)$ per il tempo proprio $\tau = t/\gamma$ Minkowski ottiene l'espressione della *quadri-velocità* ed il suo modulo:

$$\mathbf{U}_{\mathrm{M}}\,(c\gamma;\,\mathbf{u}\gamma); \qquad |\mathbf{U}_{\mathrm{M}}| = \gamma\sqrt{c^2 - u^2} = c.$$

Il valore del modulo $|\mathbf{U}_{\mathrm{M}}| = c$ è una costante universale indipendente dalla velocità u, per cui risulta ovviamente:

$$|\mathbf{U}_{\mathrm{M}}| = c = |\mathbf{U}'_{\mathrm{M}}|\,.$$

Il punto-evento P(x, y, z; t) è fissato, quindi la *quadri-velocità* $\mathbf{U}_{\mathrm{M}}$ non può essere associata ad una variazione del raggio-vettore $\mathbf{R}_{\mathrm{M}}(c\,t;\,\mathbf{u}\,t)$, ed essendo costante il modulo $|\mathbf{U}_{\mathrm{M}}| = c$, non può essere riferita ad un oggetto fisico. Per interpretare il significato di $\mathbf{U}_{\mathrm{M}}$ consideriamo le analogie con l'esempio precedente:

- il fotogramma del secondo fulmine è fissato in una certa posizione della pellicola, come il punto-evento P è fissato in una determinata posizione della semiretta OP;
- la velocità della pellicola si ricava dal rapporto fra la distanza di un fotogramma dall'inizio del film, ed il tempo in cui si proietta il fotogramma stesso; analogamente la *quadri-velocità* $\mathbf{U}_{\mathrm{M}}$ è data dal rapporto fra il raggio-vettore del punto-evento P ed il tempo-proprio relativo a questo punto-evento;
- la velocità della pellicola ha un valore costante, indipendente dal movimento degli oggetti fotografati; esattamente come il valore del modulo della quadri-velocità $|\mathbf{U}_{\mathrm{M}}| = c$ è costante, identico per qualsiasi punto dello *spazio-degli-eventi*, ma del tutto indipendente dallo stato fisico di oggetti reali.
- la successione dei *fotogrammi-evento* corrisponde alla successione dei *punti-evento* della retta OP, pertanto la velocità della pellicola e la *quadri-velocità* $\mathbf{U}_{\mathrm{M}}$ sono legate entrambe allo <u>scorrere del tempo</u>.

La componente spaziale $\mathbf{u}$ del raggio-vettore $\mathbf{R}_{\mathrm{M}}(c\,t;\,\mathbf{u}\,t)$ non si riferisce ad oggetti fisici, quindi può assumere qualsiasi valore, anche maggiore della velocità della luce se il punto-evento è esterno al cono di luce. Pertanto risulta del tutto privo di significato fisico anche il corrispondente fattore di Lorentz . Le stesse considerazioni valgono per il tempo proprio $\tau = t/\gamma$, determinato dal fattore γ connesso alla velocità $\mathbf{u}$.

QUADRI-MOMENTO

Abbiamo visto che la *quadri-velocità* $\mathbf{U}_M$ ed il modulo $|\mathbf{U}_M| = c$ si riferiscono alla <u>successione di punti-evento</u>, senza alcuna relazione con lo stato di oggetti fisici. I punti-evento sono elementi matematici, quindi non possono essere associati a quantità di energia, massa inerziale, ecc., tuttavia Minkowski definisce *quadri-momento* il prodotto di $\mathbf{U}_M$ per la massa inerziale m. Riportiamo esattamente la sua espressione:

> *"Let the velocity vector at* P, *multiplied by* m, *be called the <u>momentum vector</u> at* P, . ."

Ripetiamo che <u>associare una massa inerziale alla *quadri-velocità* $\mathbf{U}_M$ non ha alcun senso fisico</u>. Da questa assurda operazione Minkowski ricava l'espressione del *quadri-momento*:

$$\boxed{\mathbf{P}_M\,(mc\gamma;\, \mathbf{p}); \qquad |\mathbf{P}_M| = m\,c.}$$

È evidente che il modulo $|\mathbf{P}_M| = m\,c$ è completamente indipendente dalla velocità di qualsiasi oggetto-fisico. La massa inerziale è una quantità costante, segue subito l'invarianza:

$$|\mathbf{P}_M| = m\,c = |\mathbf{P}'_M| \ .$$

La dimostrazione analitica è del tutto inutile.
Posto $c = 1$, la relazione $E = mc^2\gamma$ diventa $E = m\gamma$ quindi abbiamo:

$$\mathbf{P}_M(E;\ \mathbf{p}).$$

Questo è l'espressione del *quadri-vettore energia-impulso*, che ha un ruolo fondamentale nella teoria di de Broglie che vedremo più avanti. La congruenza con la teoria di Minkowski è considerata definitiva prova di consistenza. In realtà i fatali errori di impostazione della teoria di Minkowski si traducono sempre in gravi inconsistenze delle teorie basate su questa formulazione.

OSSERVAZIONI

Minkowski tratta le dimensioni spaziali e quella temporale allo stesso modo, nonostante che fra spazio e tempo via siano differenze fisiche fondamentali irriducibili. Da questo errore fatale derivano gravi ed evidenti inconsistenze.

Verificando la compatibilità con i *Criteri di validazione*, abbiamo già rilevato che la stessa definizione del raggio-vettore di Minkowski non è compatibile col *Principio operazionale*.

In riferimento al *Principio di invarianza*, ricordiamo che questa proprietà riguarda grandezze vettoriali connesse allo stato fisico degli oggetti. Secondo questo principio il modulo del vettore deve rimanere invariato quando si opera una trasformazioni per passare da un sistema di riferimento ad un altro. L'invarianza dipende dal gruppo di trasformazioni che si usano, così abbiamo grandezze invarianti rispetto alle trasformazioni di Galileo, che non sono invarianti rispetto a quelle di Lorentz.

Il *Principio di invarianza* riguarda il modulo del vettore, non vale per grandezze fisiche non vettoriali, in particolare per quantità intrinsecamente costanti come la carica elettrica, o per costanti universali come la costante di Planck. L'assurda proprietà del modulo $|\mathbf{P}_{\mathrm{M}}| = mc$, che non ha nessuna relazione con lo stato fisico dell'oggetto, può essere chiarita dall'esempio seguente: un uomo alto un metro e ottanta centimetri ha sempre la stessa altezza anche se si trasferisce in altri luoghi. Questa proprietà equivale all'invarianza del modulo quando si cambia il sistema di riferimento. L'invarianza dei quadri-vettori di Minkowski invece equivale alla ipotetica situazione in cui tutti gli esseri umani, abitanti in qualsiasi parte della Terra, indipendentemente da età, sesso, razza, peso, ecc., avessero tutti esattamente la stessa altezza di un metro e ottanta centimetri.

Risultati così assurdi dovrebbero convincere facilmente chiunque che l'impostazione di questa teoria è gravemente sbagliata, ma è ben noto che non esistono terapie per curare la cecità volontaria di coloro che tengono gli occhi ostinatamente chiusi ! Gli Esperti enfatizzano questa assurdità pazzesca come caratteristica eccezionale peculiare della formulazione di Minkowski, propria unicamente dei suoi "fantastici" quadri-vettori. Non ci vuole molto a capire invece che questo assurdo risultato è chiara testimonianza di un errore madornale.

Concludiamo che la "*super-invarianza*" di Minkowski soddisfa solo formalmente il secondo *Criterio di validazione*, in realtà costituisce l'ennesima prova che l'impostazione della teoria è intrinsecamente e gravemente sbagliata .

Rimane da verificare la *Convergenza relativistica* . Ricordiamo che per $u \to 0$ le trasformazioni di Lorentz si riducono *naturalmente* a quelle di Galileo, per cui anche la Meccanica relativistica di Einstein si riduce *naturalmente* (senza interventi ad hoc) a quella classica di Galileo. Questo criterio deve valere a maggior ragione se si include il tempo come quarta dimensione, quindi per $u \to 0$ dovrebbe risultare $|\mathbf{U}_\mathrm{M}| \to |\mathbf{u}| = u$. Abbiamo invece $|\mathbf{U}_\mathrm{M}| = c$ anche per $u = 0$, quindi evidentemente non vi è *convergenza relativistica*.

L'Esperto sostiene che "*notoriamente*" la Meccanica di Galileo si ottiene eliminando (a mano) la componente temporale. Questa non è convergenza relativistica, ma proiezione da quattro a tre dimensioni. Consideriamo il raggio-vettore di un punto dello spazio a due dimensioni, il suo modulo è:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{r_\mathrm{X}^2 + r_\mathrm{Y}^2}$$

Eliminando per es. la componente y si ottiene $r_\mathrm{X} = x$, che è la proiezione di r sull'asse *X*. Se eliminiamo in $|\mathbf{U}_\mathrm{M}|$ la componente temporale non si ottiene la *convergenza relativistica*, ma la proiezione da quattro a tre dimensioni. Inoltre la *continuità* è elemento essenziale della *convergenza relativistica*, e l'eliminazione di una componente non è sicuramente un processo né continuo né progressivo.

Notiamo che eliminare la componente temporale di $\mathbf{U}_\mathrm{M}(c\gamma; \mathbf{u}\gamma)$ equivale a porre $c = 0$! Ai matematici sono permesse molte libertà, ma per un fisico è difficile accettare la luce ferma! Comunque cancellando la componente temporale si avrebbe:

$$|\mathbf{U}_\mathrm{M}| = \sqrt{-u^2\gamma^2} = i\,u\gamma.$$

La proiezione nello spazio tridimensionale risulterebbe immaginaria! Ma l'Esperto supera con disinvoltura ogni difficoltà, Per ottenere la *convergenza relativistica* l'Esperto abbandona la metrica pseudo-euclidea (+ – – –) e torna alla metrica euclidea (+ + +) dello spazio a tre dimensioni! Secondo necessità si cancellano arbitrariamente quantità "inutili", e senza giustificazione si passa da una metrica all'altra!

Nella locanda di Procuste, se arriva un cliente troppo alto ma il letto disponibile è troppo corto, il problema si risolve tagliando testa e piedi del cliente! Condividiamo la perplessità del lettore, e confermiamo che non vi è *convergenza relativistica.* In conclusione la formulazione di Minkowski non soddisfa almeno due dei tre Criteri di validazione.

Le considerazioni precedenti sono basate su criteri esterni alla teoria, ora verificheremo la compatibilità della teoria con sé stessa, cioè se sia autoconsistente e non sia auto-contraddittoria . Una regola fondamentale dell'Algebra lineare vuole che dalla somma /differenza di due vettori dello stesso tipo, cioè che appartengono allo stesso insieme, si deve ottenere ancora un vettore che ha le stesse caratteristiche di tutti gli elementi dell'insieme. Anche i bambini sanno che:

> *se da un mucchio di patate togliamo una patata, ciò che resta sono solo patate*; *con queste operazioni non si ricavano mai cipolle.*

La stessa proprietà vale per i vettori che appartengono allo stesso spazio vettoriale, quindi deve valere anche per quelli di Minkowski. Poiché il *quadri-momento* $\mathbf{P}_\mathrm{M}$ ha sempre modulo reale per qualsiasi velocità u, ci aspettiamo che la differenza di due *quadri-momenti* sia un quadri-vettore con la stessa forma e modulo reale.

Dall'espressione $\mathbf{P}_\mathrm{M}(mc\gamma;\, m\mathbf{u}\gamma)$, per $u = 0$ abbiamo $\mathbf{P}_\mathrm{o}(mc;\, 0)$, le componenti del vettore $\mathbf{P}_\mathrm{d} = (\mathbf{P}_\mathrm{M} - \mathbf{P}_\mathrm{o})$ si ricavano per differenza delle componenti omologhe, quindi abbiamo:

$$\mathbf{P}_\mathrm{d}\,[mc(\gamma - 1);\, m\,\mathbf{u}\,\gamma].$$

Secondo le regole dell'Algebra dei vettori il *quadri-momento* $\mathbf{P}_\mathrm{d}$ dovrebbe avere la forma $\mathbf{P}_\mathrm{d}(mc\gamma_\mathrm{d};\, m\,\mathbf{u}_\mathrm{d}\gamma_\mathrm{d})$, quindi dovrebbe risultare:

$$mc\gamma_\mathrm{d} = mc\,(\gamma - 1) \quad \Rightarrow \quad \gamma_\mathrm{d} = \gamma - 1.$$

Essendo $m\,\mathbf{u}_\mathrm{d}\,\gamma_\mathrm{d} = m\,\mathbf{u}\,\gamma$ risulta :

$$\gamma_\mathrm{d} = \gamma \quad \Rightarrow \quad \gamma = (\gamma - 1) \quad \Rightarrow \quad \boxed{1 = 0}\ !!!$$

Evidentemente il vettore differenza $\mathbf{P}_\mathrm{d}$ non può essere dello stesso tipo dei *quadri-momenti* $\mathbf{P}_\mathrm{M}$, circostanza confermata anche dal modulo di $\mathbf{P}_\mathrm{d}$:

$$|\mathbf{P}_\mathrm{d}|^2 = m^2 c^2(\gamma-1)^2 - m^2 u^2 \gamma^2 =$$
$$= m^2 c^2 [\gamma^2 (1 - u^2/c^2) + 1 - 2\gamma] = -2\, m^2 c^2 (\gamma - 1).$$

Finalmente abbiamo: $|\mathbf{P}_\mathrm{d}| = |\mathbf{P}_\mathrm{M} - \mathbf{P}_\mathrm{o}| = i\, mc\sqrt{2(\gamma-1)}$.

Applicando le stesse regole di Minkowski, risulta che il vettore differenza $\mathbf{P}_\mathrm{d}$ ha <u>modulo immaginario</u>! Questi risultati provano che la formulazione è in contraddizione con se stessa.

Per semplificare il calcolo abbiamo considerato il vettore $\mathbf{P}_\mathrm{o}(mc;\, 0)$, lo stesso risultato si ottiene per qualsiasi coppia di vettori $\mathbf{P}_\mathrm{a}$ e $\mathbf{P}_\mathrm{b}$. Infatti dal vettore-differenza $\mathbf{P}_\mathrm{d}\,[mc(\gamma_\mathrm{a} - \gamma_\mathrm{b});\ m(\mathbf{u}_\mathrm{a}\gamma_\mathrm{a} - \mathbf{u}_\mathrm{b}\gamma_\mathrm{b})]$ si ha:

$$|\mathbf{P}_\mathrm{d}|^2 = m^2 c^2 (\gamma_\mathrm{a} - \gamma_\mathrm{b})^2 - m^2 (\mathbf{u}_\mathrm{a}\gamma_\mathrm{a} - \mathbf{u}_\mathrm{b}\gamma_\mathrm{b})^2 =$$
$$= m^2 c^2 [\gamma_\mathrm{a}^2(1 - u_\mathrm{a}^2/c^2) + \gamma_\mathrm{b}^2(1 - u_\mathrm{b}^2/c^2) - 2\gamma_\mathrm{a}\gamma_\mathrm{b}(1 - u_\mathrm{a} u_\mathrm{b}/c^2)] =$$
$$= 2\, m^2 c^2 [1 - \gamma_\mathrm{a}\gamma_\mathrm{b}(1 - u_\mathrm{a} u_\mathrm{b}/c^2)]\,.$$

Per la differenza di due velocità $u_\mathrm{d} = \dfrac{u_\mathrm{a} - u_\mathrm{b}}{1 - u_\mathrm{a} u_\mathrm{b}/c^2}$, il fattore di Lorentz risulta $\gamma_\mathrm{d} = \gamma_\mathrm{a}\,\gamma_\mathrm{b}\,(1 - u_\mathrm{a} u_\mathrm{b}/c^2)$, per conseguenza si ottiene :

$$|\mathbf{P}_\mathrm{d}|^2 = -2(mc)^2(\gamma_\mathrm{d} - 1) \quad \Rightarrow \quad |\mathbf{P}_\mathrm{d}| = i\, m\, c\sqrt{2(\gamma_\mathrm{d} - 1)}\,.$$

Evidentemente il risultato è del tutto differente dal modulo $|\mathbf{P}_\mathrm{M}| = mc$.

Nella terza parte vedremo una nuova formulazione della Relatività a quattro dimensioni, da cui risulta una diversa espressione del *quadri-momento* il cui modulo è esattamente $mc\sqrt{2(\gamma-1)}$.

Abbiamo provato che la teoria di Minkowski non vale per gli oggetti materiali e non è riducibile alla Meccanica di Galileo. Complessivamente dalla nostra analisi risulta che questa teoria è <u>palesemente sbagliata ed intrinsecamente auto-contraddittoria</u>! Inizialmente Einstein non condivise la formulazione di Minkowski, tuttavia da decenni viene insegnata in tutte le Università come sistemazione completa e definitiva della Relatività, mentre la teoria di Einstein è considerata solo la versione pionieristica.

Questo era esattamente il desiderio del Prof. Minkowski, che infine ha ottenuto dal mondo accademico il suo trionfo!

lucio.f.ossino@tiscali.it

Prima edizione luglio 2009.